

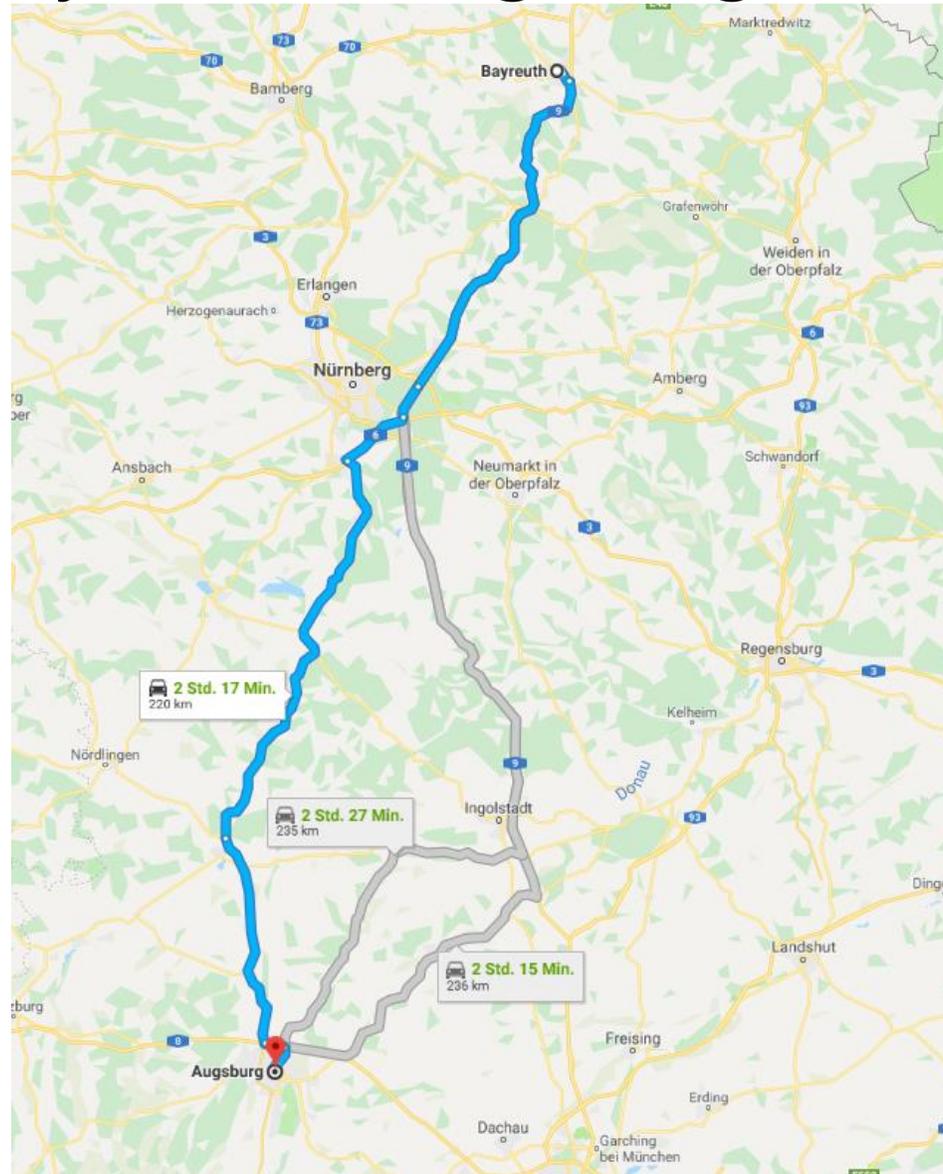


Graphendurchlauf II – Dijkstra-Algorithmus

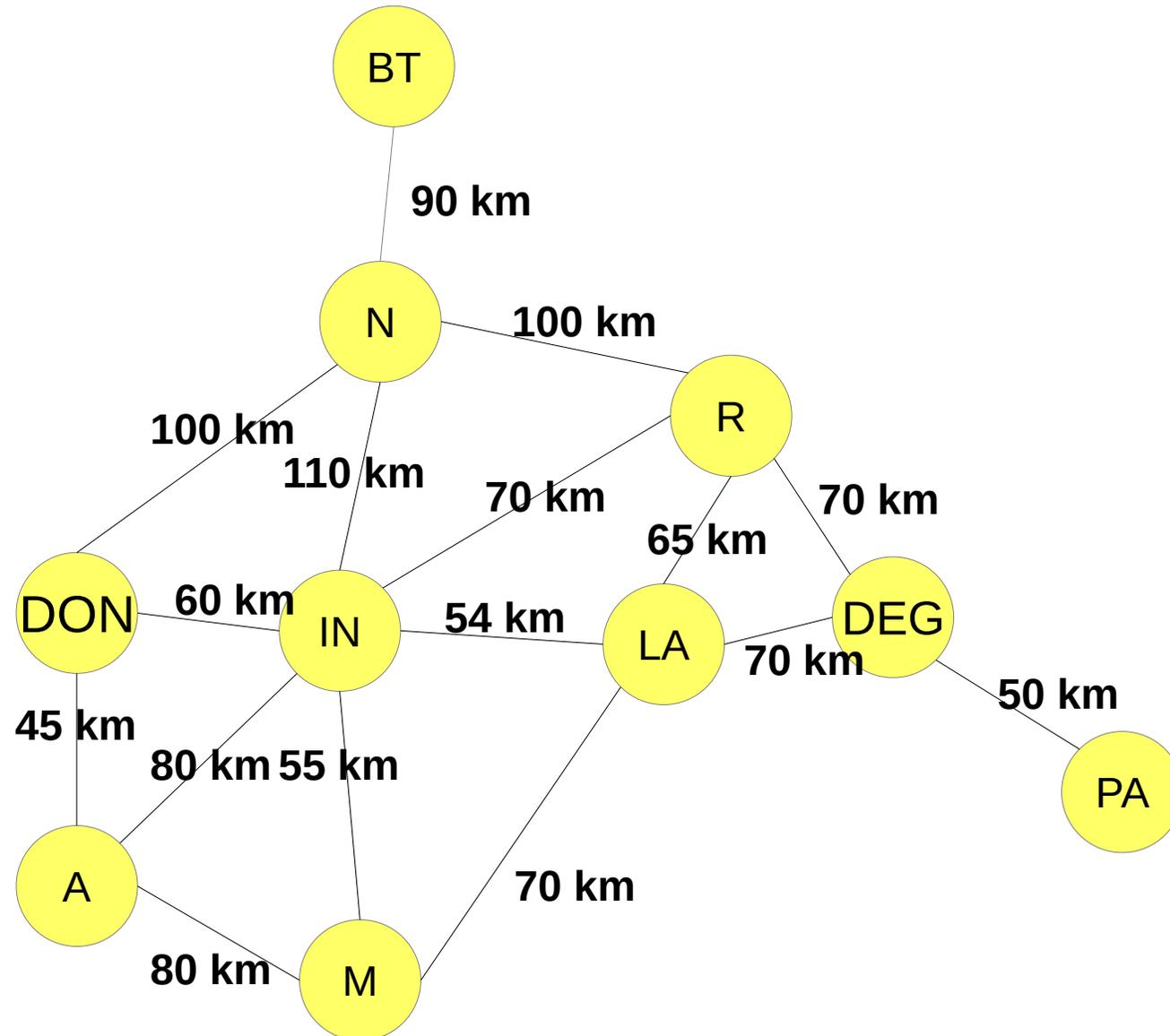
Kürzester Weg zwischen zwei Knoten



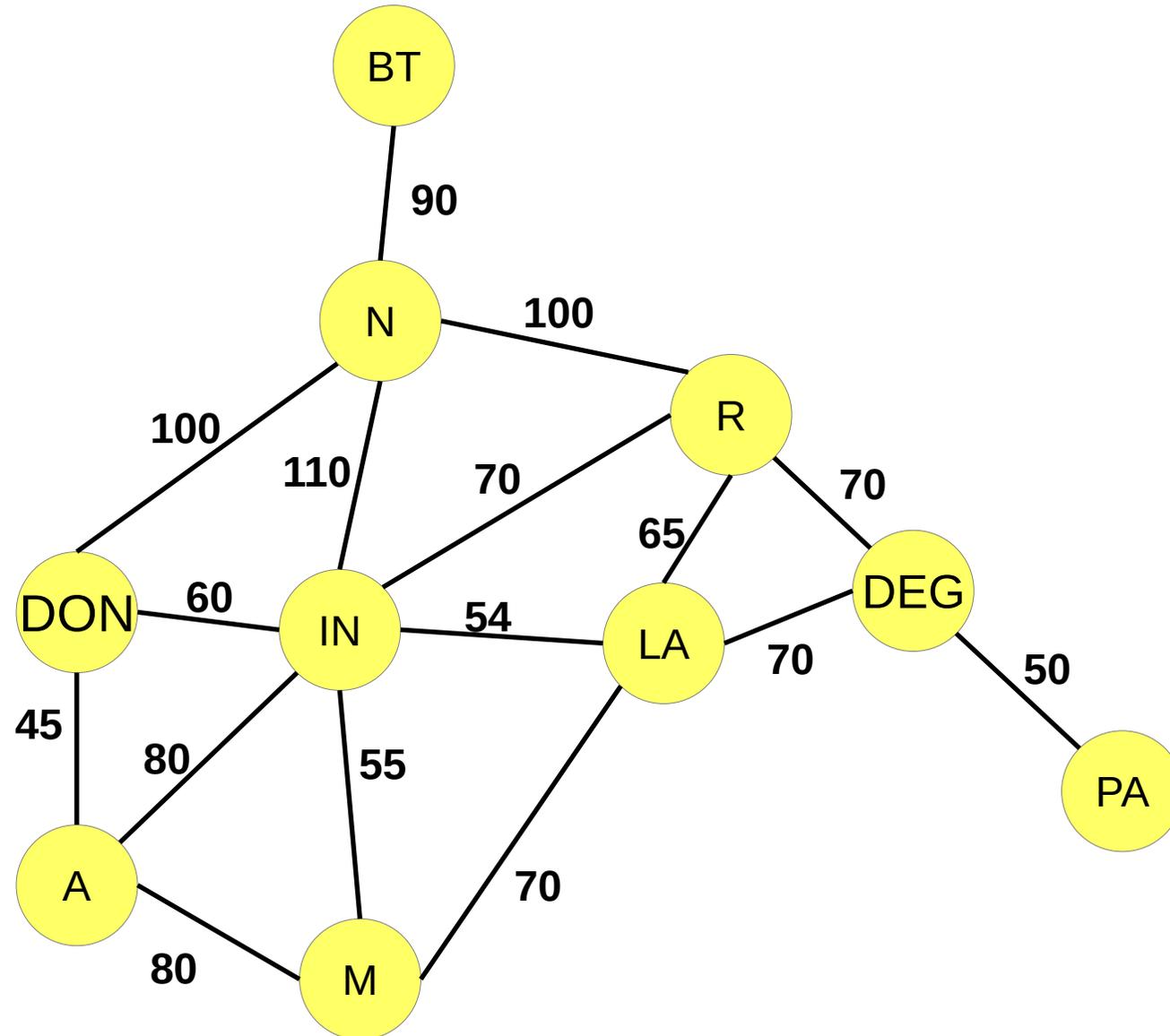
Kürzester Weg: Bayreuth - Augsburg



Autobahnnetz Bayern

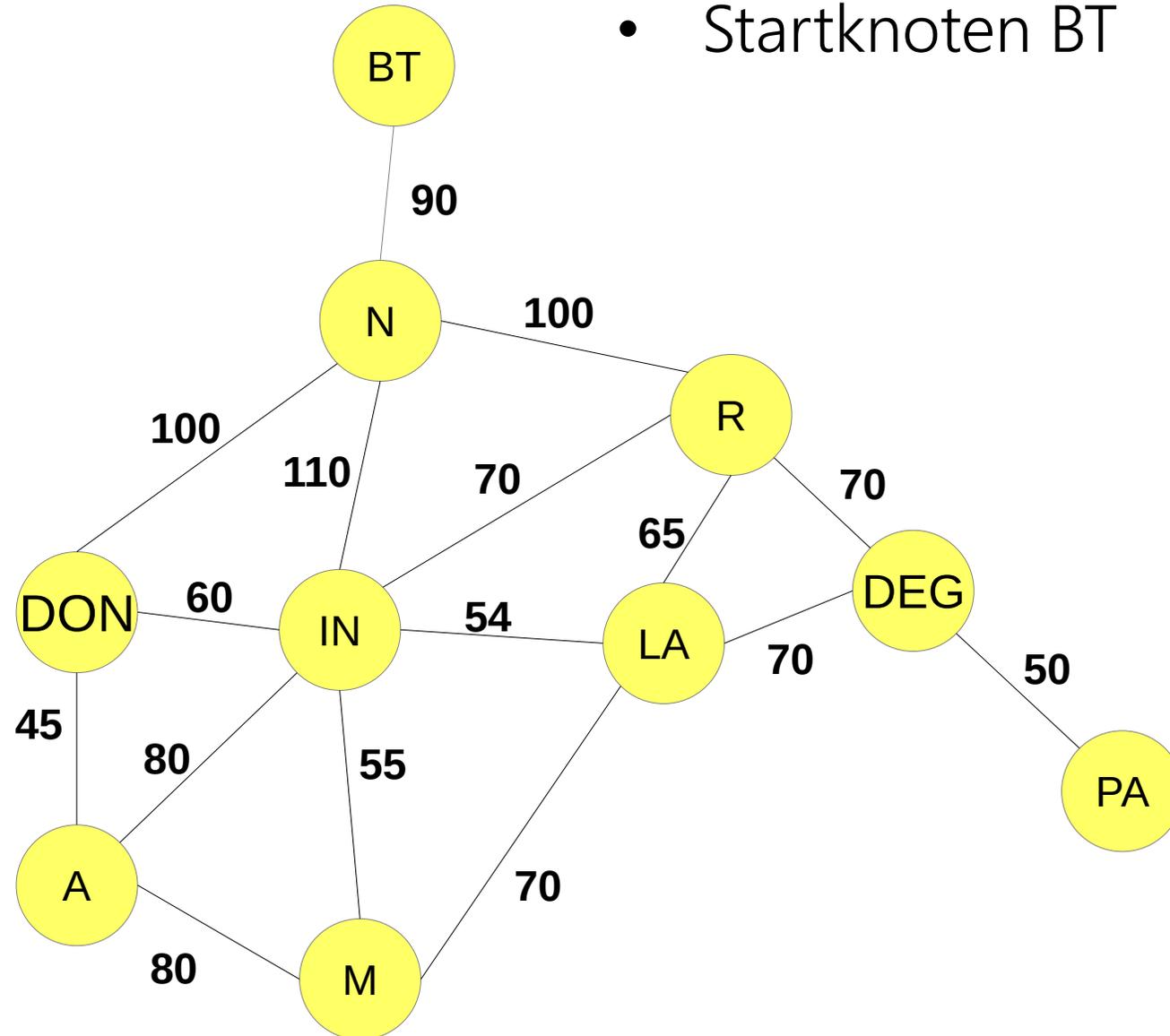


Autobahnnetz Bayern

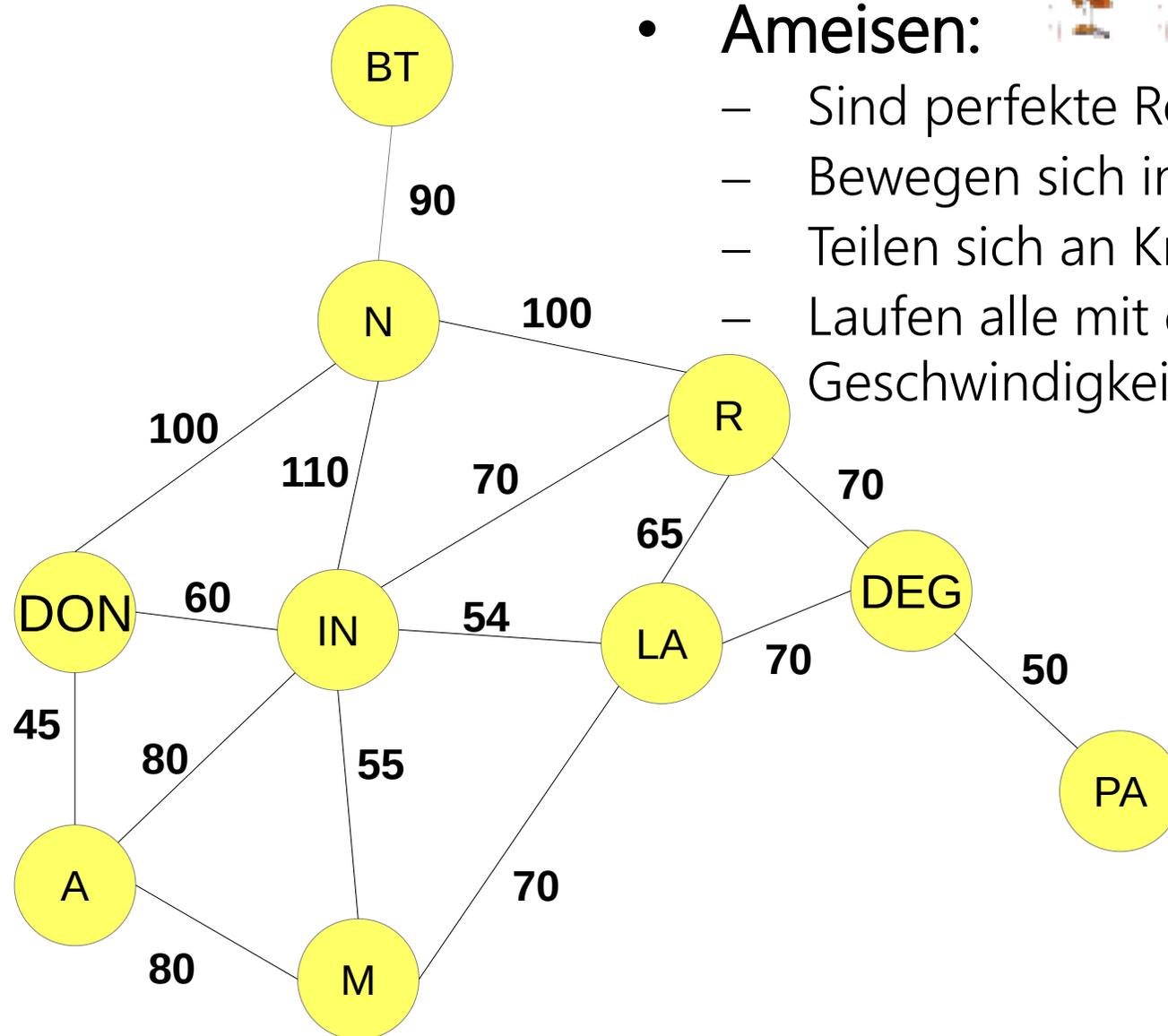


Autobahnnetz Bayern

- Startknoten BT



Ein Blick in die Natur

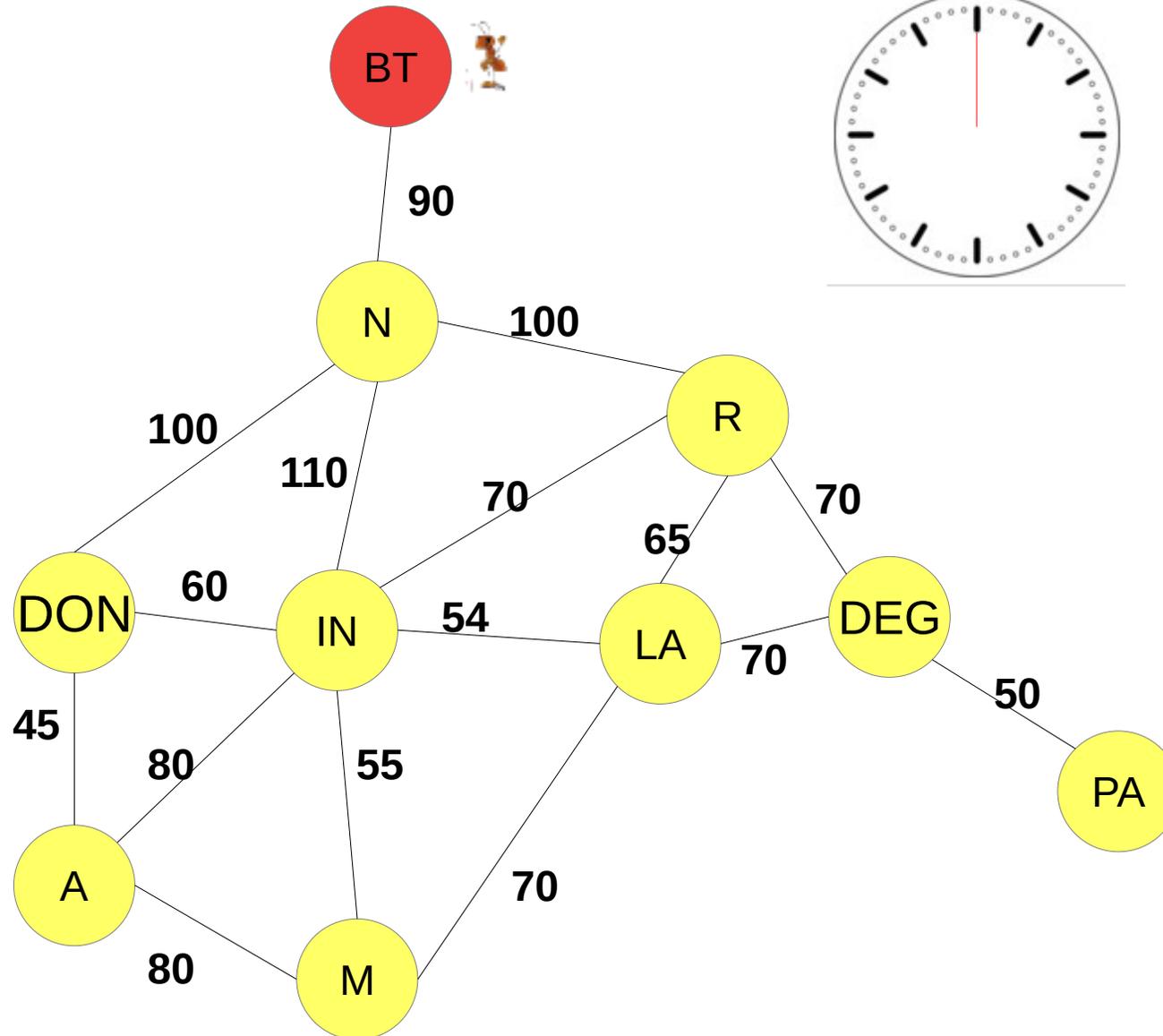


- Ameisen:

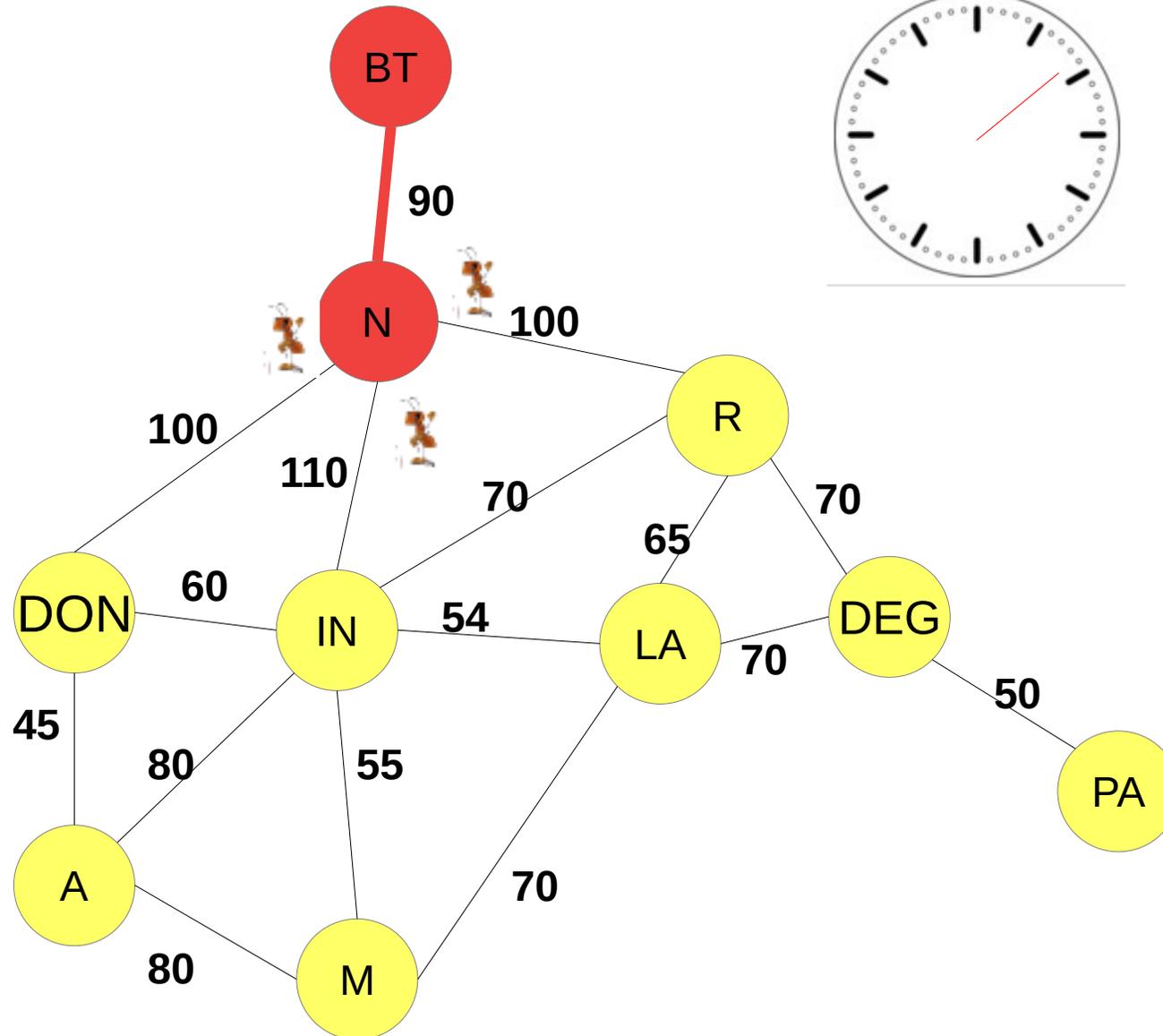


- Sind perfekte Routenplaner
- Bewegen sich in Gruppen
- Teilen sich an Kreuzungspunkten auf
- Laufen alle mit einer konstanten Geschwindigkeit

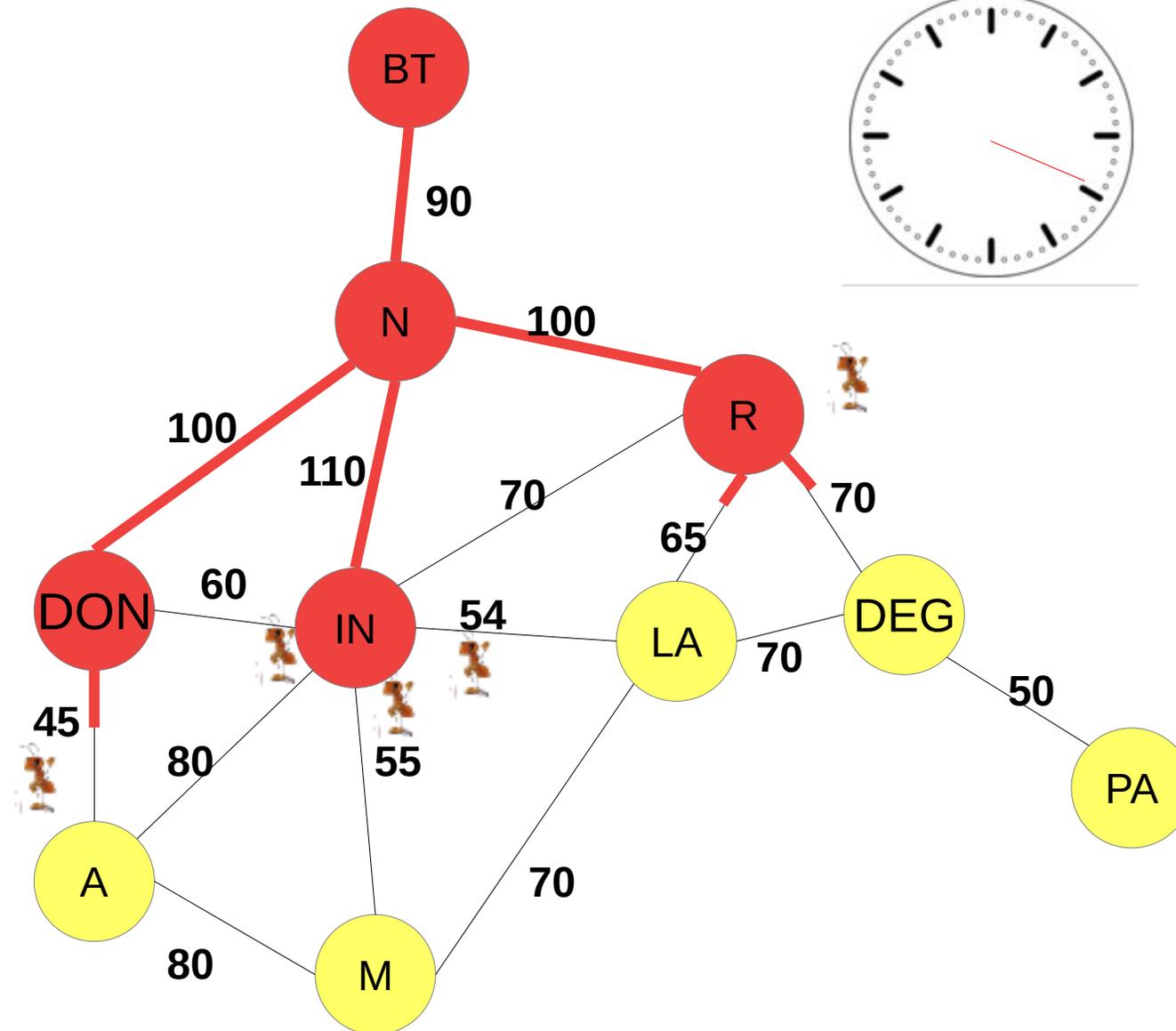
Ein Blick in die Natur



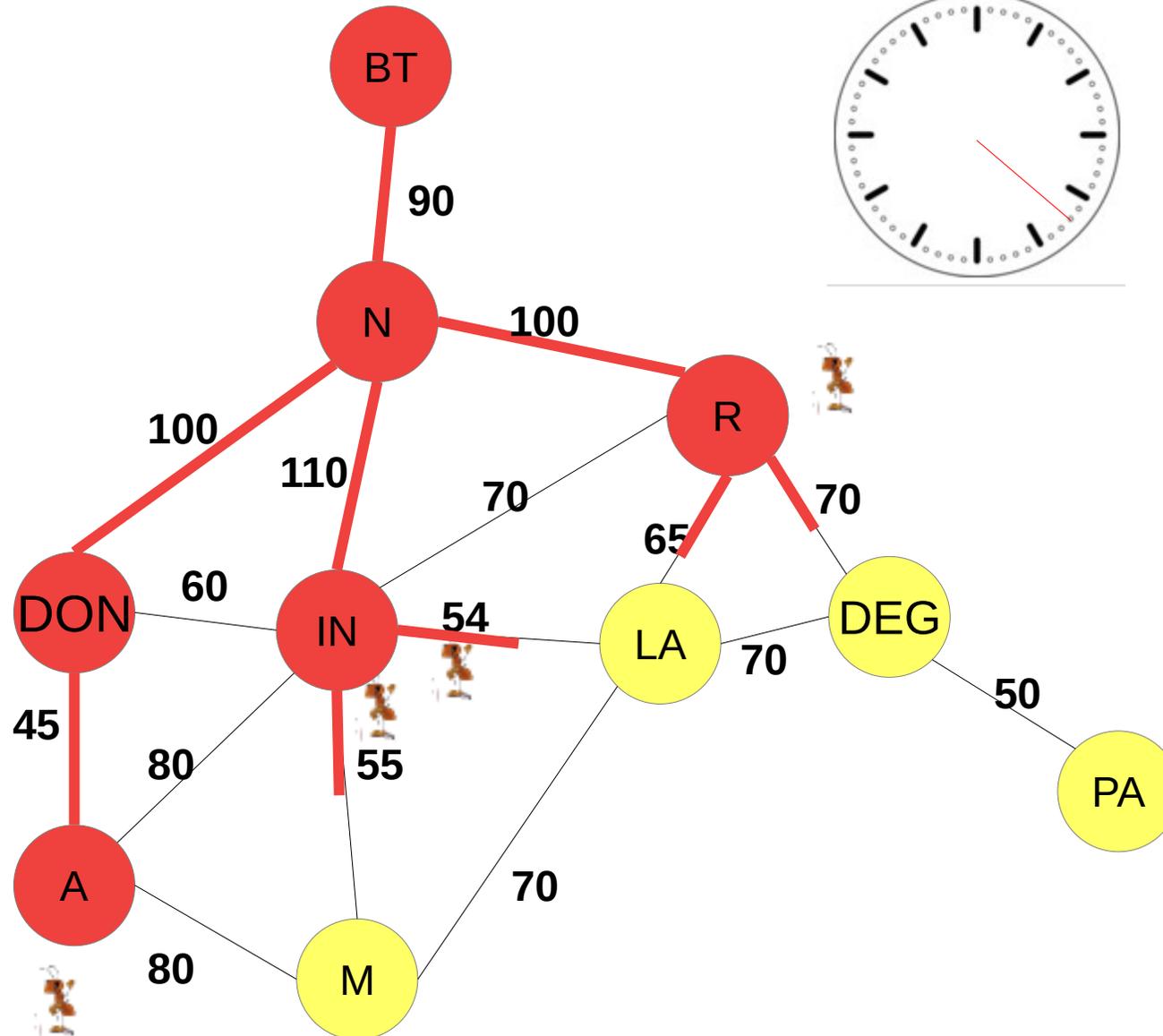
Ein Blick in die Natur



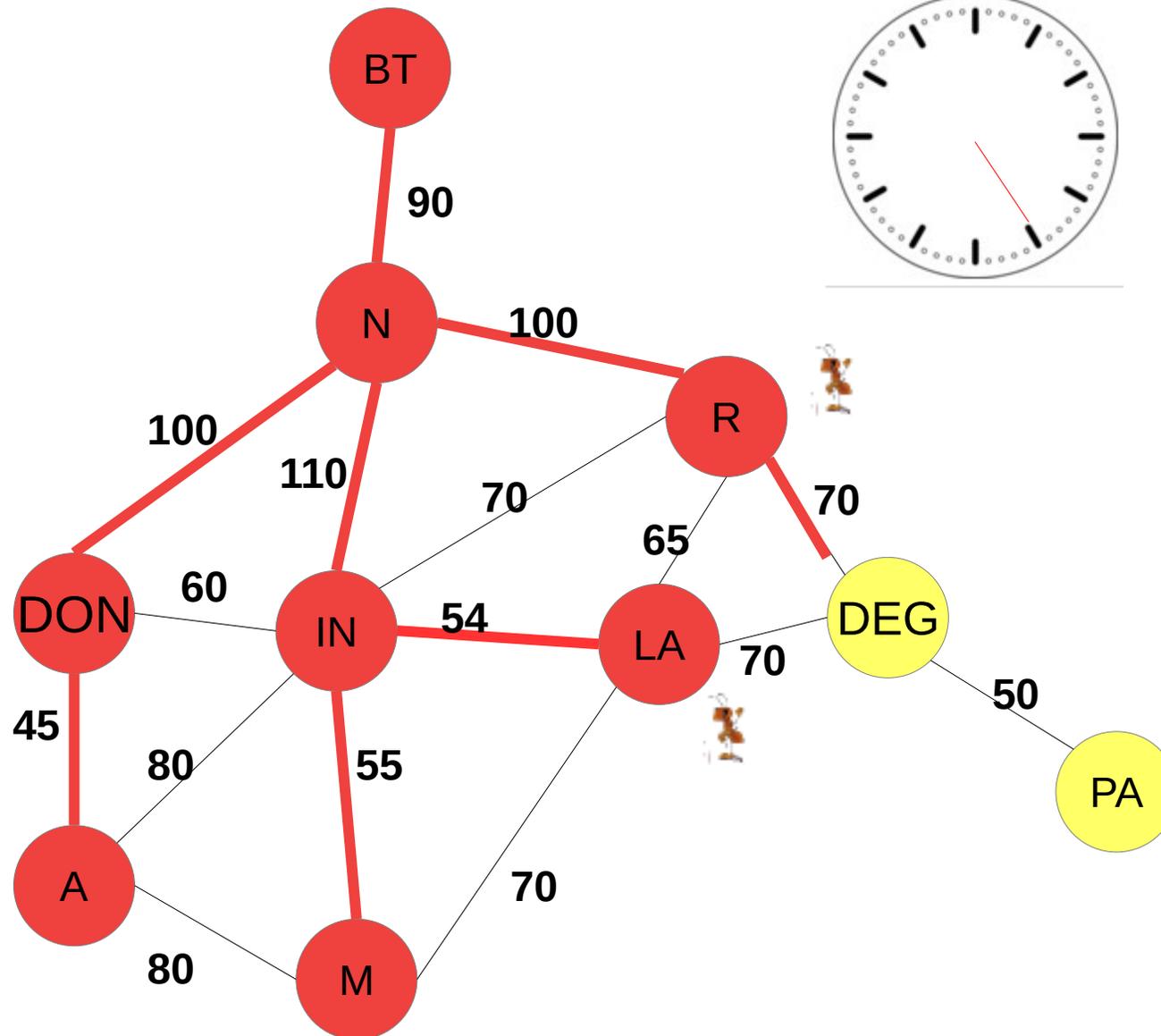
Ein Blick in die Natur



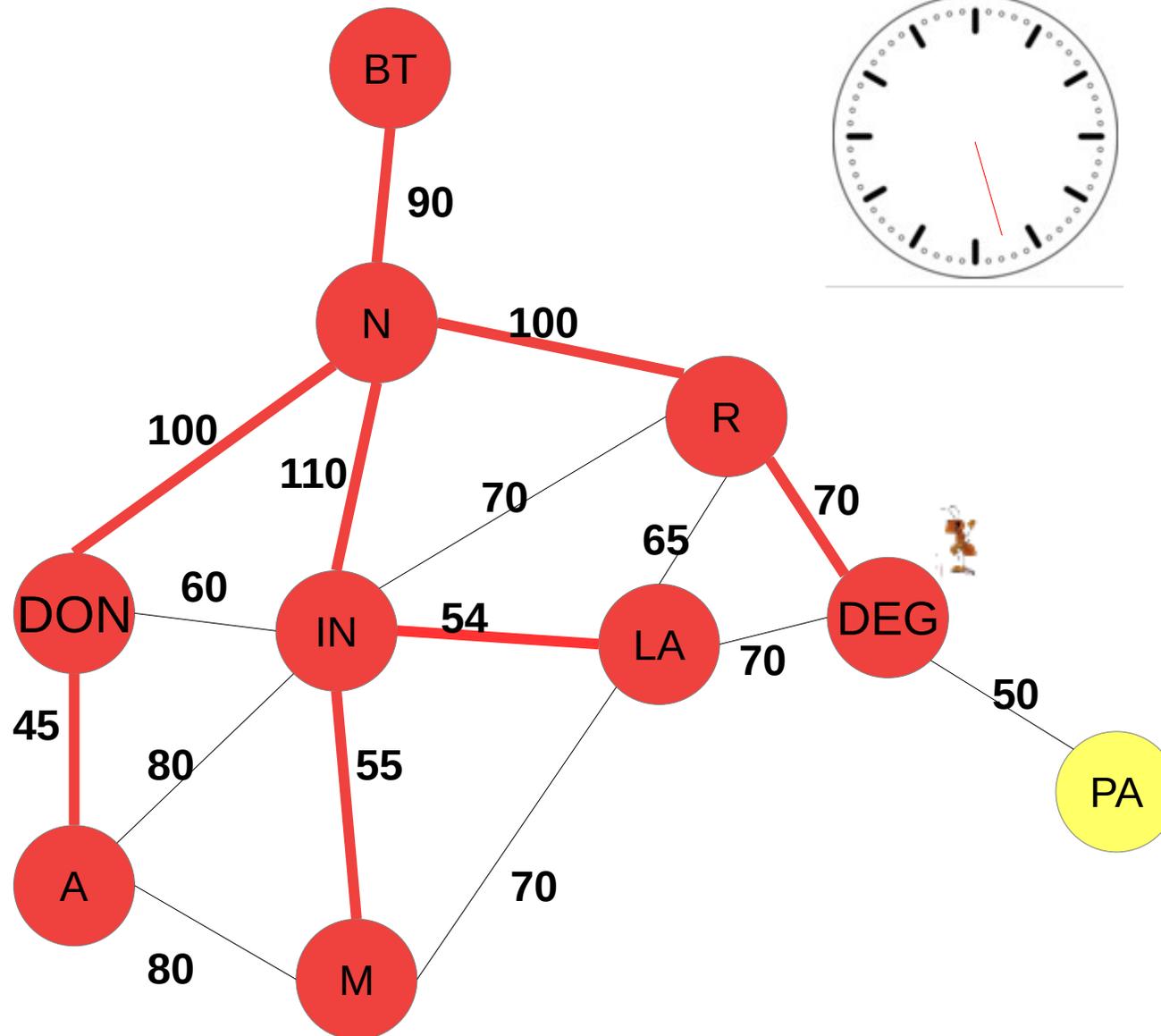
Ein Blick in die Natur



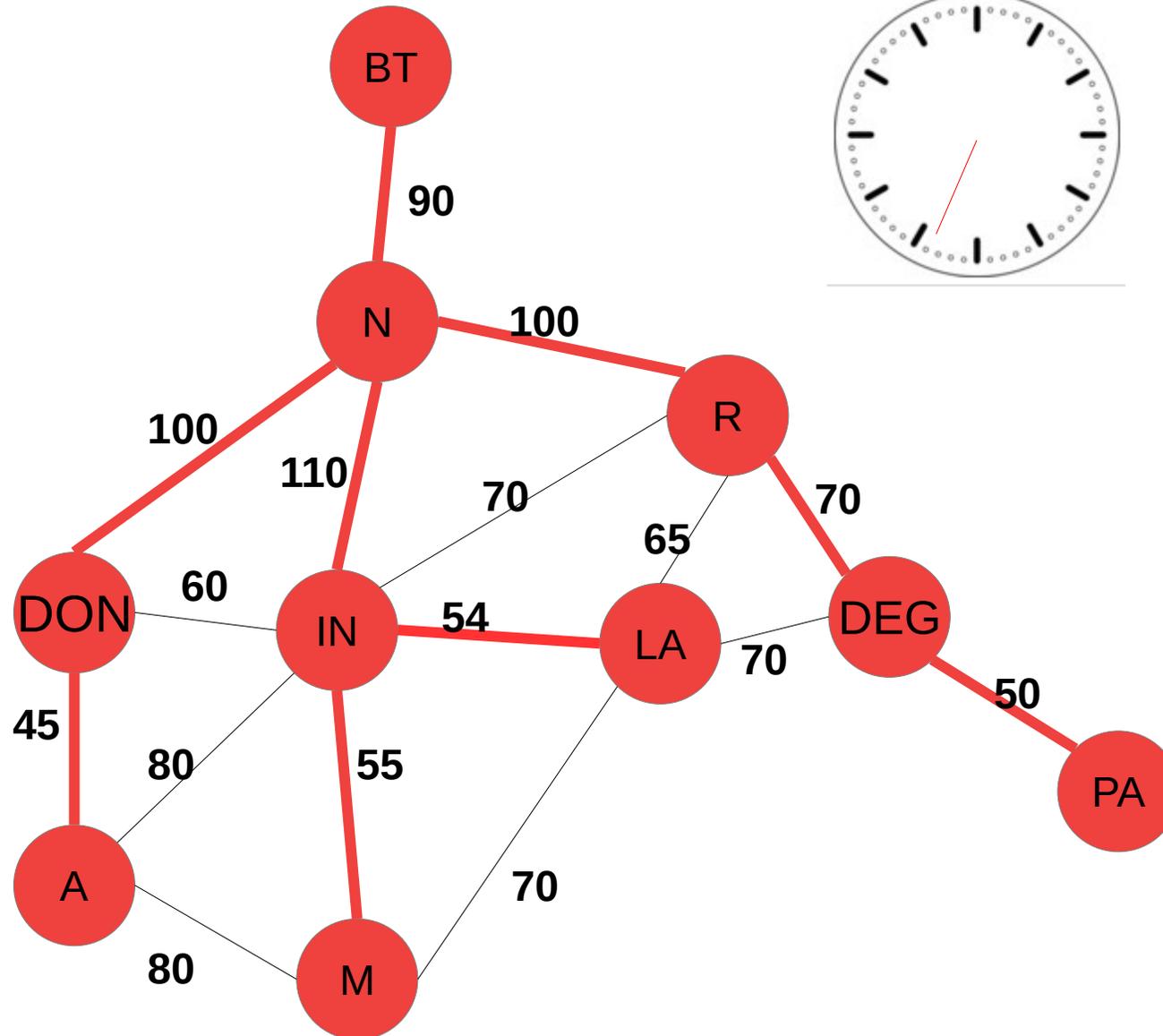
Ein Blick in die Natur



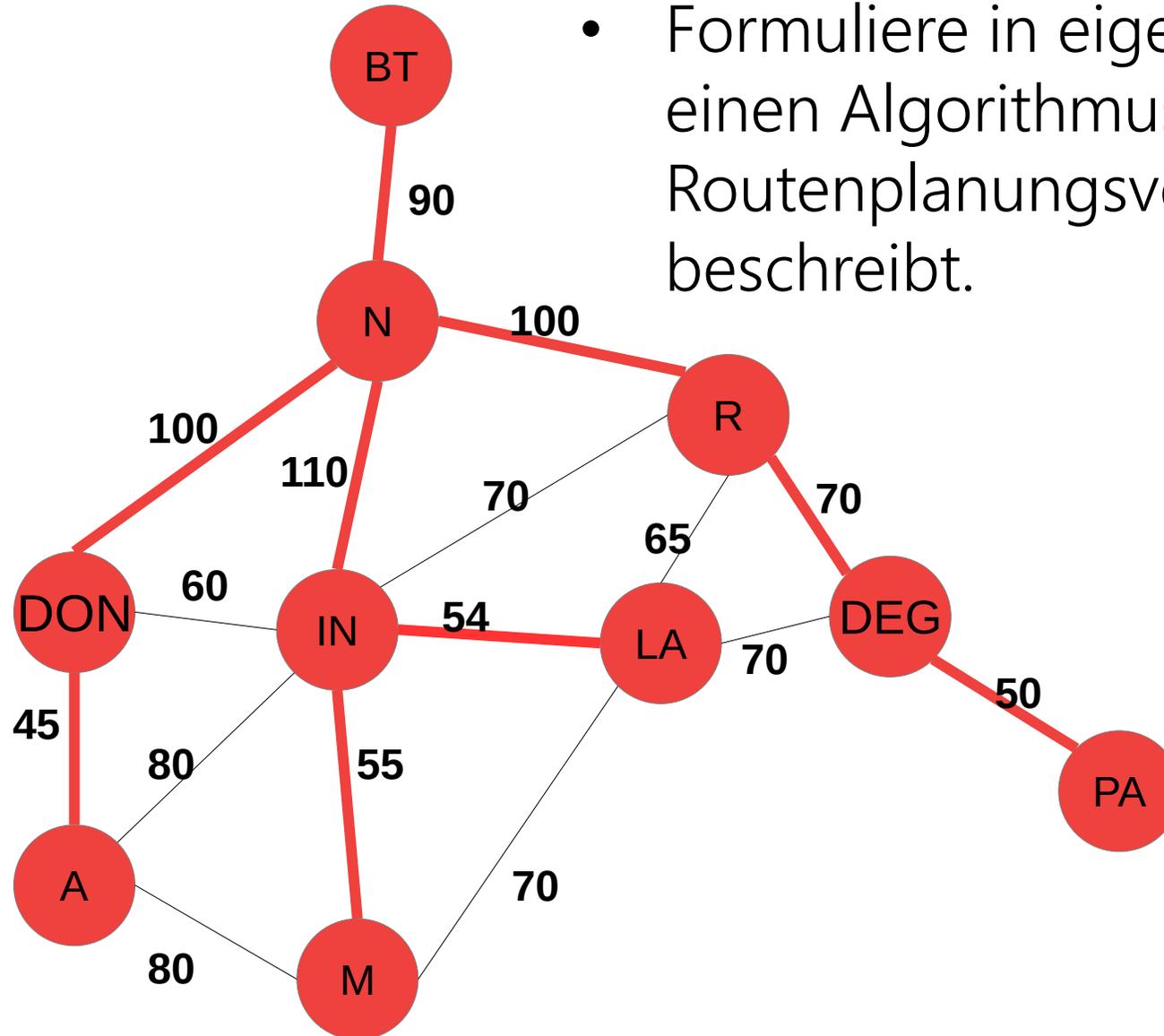
Ein Blick in die Natur



Ein Blick in die Natur



Ein Blick in die Natur



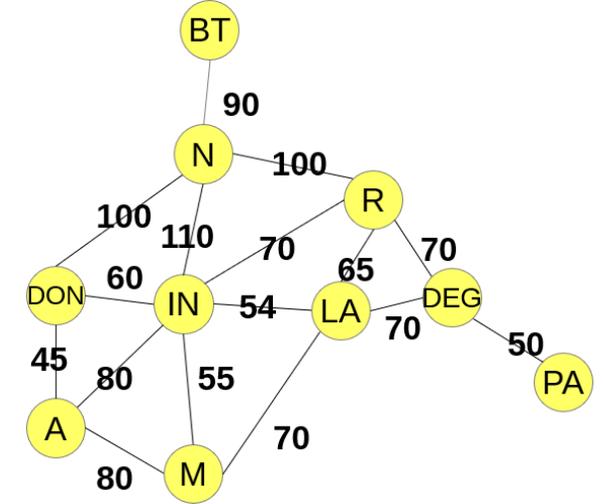
- Formuliere in eigenen Worten einen Algorithmus, der das Routenplanungsverfahren beschreibt.

Der Dijkstra-Algorithmus

- Der Startknoten hat die Distanz 0 und ist der erste aktuelle Knoten k :
- Untersuche alle unfertigen Nachbarknoten n von k :
 - Berechne die Gesamtdistanz von allen nicht fertigen Nachbarknoten n über Knoten k .
 - Sollte n so durch eine kleinere Distanz als bisher erreicht werden können, notiere die Distanz und den Vorgängerknoten. Bei einer größeren Gesamtdistanz bleibt die vorher kleinere Distanz bestehen.
 - Setze Knoten k fertig/erreicht und wähle unter allen noch nicht fertigen Knoten den mit dem geringsten Gesamtaufwand und verwende ihn als neuen aktuellen Knoten k .

Dijkstra-Algorithmus (Start des Algorithmus)

- Startknoten: BT
- Liste der fertigen Knoten: -

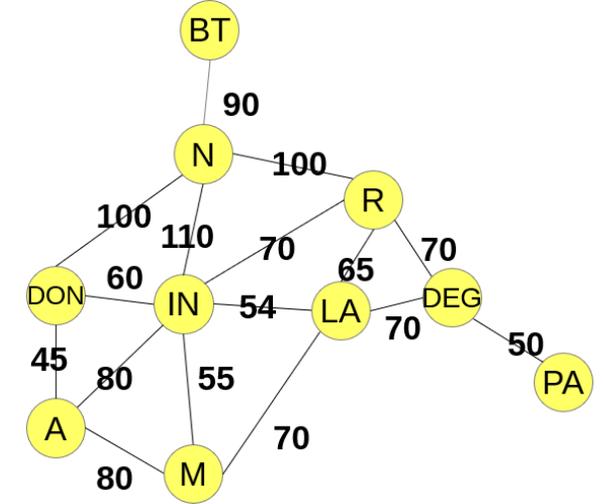


Ausgangsknoten	BT	N	R	IN	DON	LA	DEG	A	M	PA
	0,-	∞								
BT										

Startknoten ist erster Ausgangsknoten

Dijkstra-Algorithmus

- Startknoten: BT
- Liste der fertigen Knoten: BT

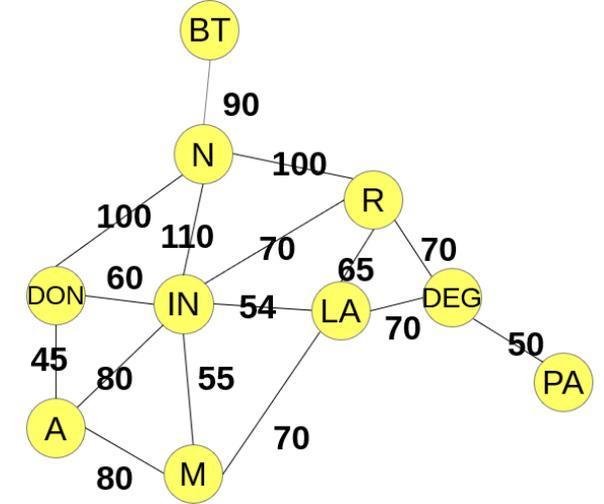


Ausgangsknoten	BT	N	R	IN	DON	LA	DEG	A	M	PA
	0,-	∞								
BT		90,BT	∞							
N										

Nürnberg hat die kürzeste Gesamtdistanz und ist damit neuer Ausgangsknoten.

Dijkstra-Algorithmus

- Startknoten: BT
- Liste der fertigen Knoten: BT,N

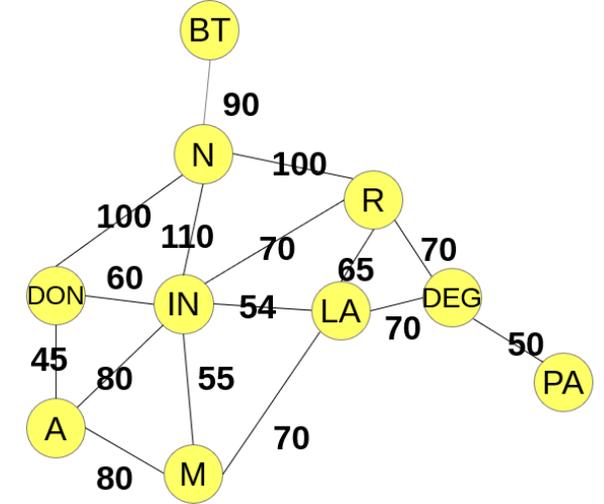


Ausgangsknoten	BT	N	R	IN	DON	LA	DEG	A	M	PA
	0,-	∞								
BT		90,BT	∞							
N			190,N	200,N	190,N	∞	∞	∞	∞	∞

R, IN und DON können nun erreicht werden.
 Gesamtdistanz = Distanz zum Ausgangsknoten + die Kante zum Nachbarknoten
 Nachbarknoten BT ist schon fertig und wird deshalb nicht mehr beachtet.

Dijkstra-Algorithmus

- Startknoten: BT
- Liste der fertigen Knoten: BT,N

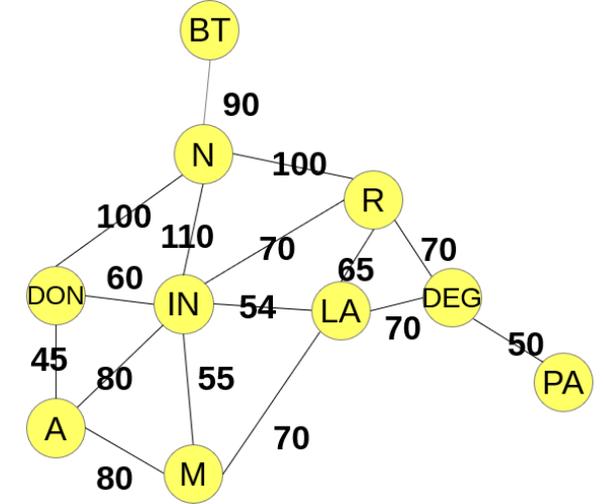


Ausgangsknoten	BT	N	R	IN	DON	LA	DEG	A	M	PA
	0,-	∞								
BT		90,BT	∞							
N			190,N	200,N	190,N	∞	∞	∞	∞	∞
R										

Wähle den Knoten mit kürzester Distanz.
Bei Gleichstand ist es egal.
Hier wird jetzt R genommen.

Dijkstra-Algorithmus

- Startknoten: BT
- Liste der fertigen Knoten: BT,N,R



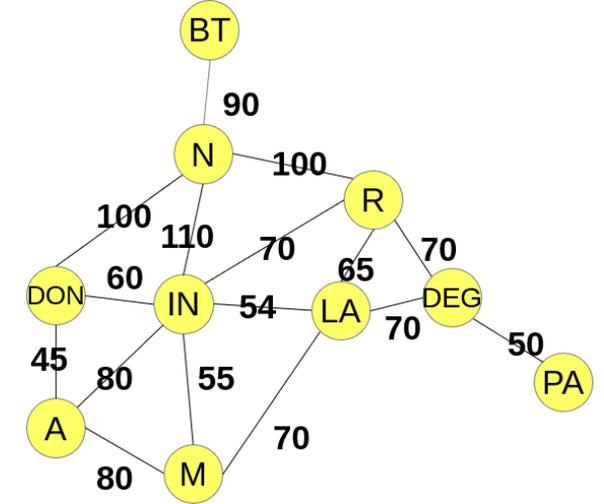
Ausgangsknoten	BT	N	R	IN	DON	LA	DEG	A	M	PA
	0,-	∞								
BT		90,BT	∞							
N			190,N	200,N	190,N	∞	∞	∞	∞	∞
R				200,N	190,N	255,R	260,R	∞	∞	∞

LA und DEG können erreicht werden.

Check: IN kann auch von R aus mit $190+70=260$ erreicht werden. Da $260 > 200$ gilt, bleibt die kürzeste Entfernung bei 200 über N. Wäre sie kürzer müsste dieses Feld neu gesetzt werden.

Dijkstra-Algorithmus

- Startknoten: BT
- Liste der fertigen Knoten: BT,N,R



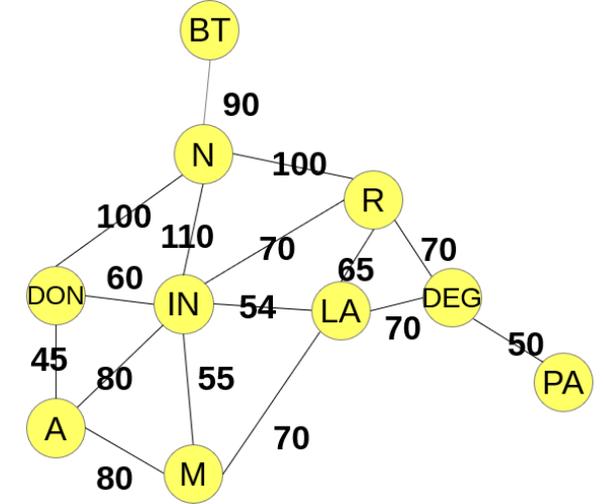
Ausgangsknoten	BT	N	R	IN	DON	LA	DEG	A	M	PA
	0,-	∞								
BT		90,BT	∞							
N			190,N	200,N	190,N	∞	∞	∞	∞	∞
R				200,N	190,N	255,R	260,R	∞	∞	∞
DON										

LA und DEG können erreicht werden.

Check: IN kann auch von R aus mit $190+70=260$ erreicht werden. Da $260 > 200$ gilt, bleibt die kürzeste Entfernung bei 200 über N. Wäre sie kürzer müsste dieses Feld neu gesetzt werden.

Dijkstra-Algorithmus

- Startknoten: BT
- Liste der fertigen Knoten: BT,N,R,DON,IN

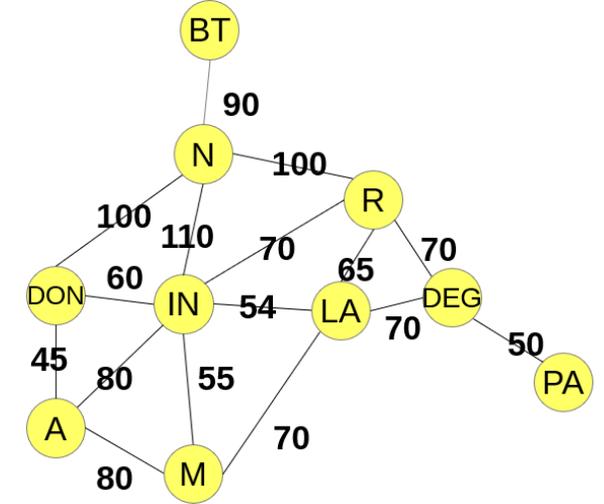


Ausgangsknoten	BT	N	R	IN	DON	LA	DEG	A	M	PA
	0,-	∞								
BT	-	90,BT	∞							
N		-	190,N	200,N	190,N	∞	∞	∞	∞	∞
R			-	200,N	190,N	255,R	260,R	∞	∞	∞
DON				200,N	-	255,R	260,R	235,DON	∞	∞
IN						254,IN	260,R	235,DON	255,IN	∞

Update: Landshut ist über Ingolstadt schneller erreichbar als über Regensburg. Daher muss der Eintrag angepasst werden.

Dijkstra-Algorithmus

- Startknoten: BT
- Liste der fertigen Knoten: BT,N,R,DON,IN,A,LA,M,DEG



Ausgangsknoten	BT	N	R	IN	DON	LA	DEG	A	M	PA
	0,-	∞								
BT	-	90,BT	∞							
N		-	190,N	200,N	190,N	∞	∞	∞	∞	∞
R			-	200,N	190,N	255,R	260,R	∞	∞	∞
DON				200,N	-	255,R	260,R	235,DON	∞	∞
IN				-		254,IN	260,R	235,DON	255,IN	∞
A						254,IN	260,R	-	255,IN	∞
LA						-	260,R		255,IN	∞
M							260,R		-	∞
DEG							-			310,DEG

Übung zum Dijkstra-Algorithmus

- Aufgabe zum Dijkstra-Algorithmus (siehe Skript)
- Startknoten A

